

Comparação da avaliação de incertezas pelo ISO GUM 2008, Fórmula Kragten e Incertezas Relativas

Jackson da Silva Oliveira¹, Paulo Roberto Couto^{1,2}, Debora Emy Fujiy Gonçalves³, Rodoval Raimundo Filho³

¹ Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro), ² Núcleo de Incerteza de Medição e Estatística Aplicada – NIMEA, ³ Visomes Comercial Metrológica

E-mail: jsoliveira@inmetro.gov.br; prcouto@inmetro.gov.br; debora@visomes.com.br; rodoval@visomes.com.br

Resumo: A avaliação de incerteza padrão combinada de medição de um mensurando pode ser realizada pelo método clássico (ISO GUM 2008), pela fórmula de Kragten e em alguns casos pela aplicação da combinação das incertezas relativas das grandezas de entrada que definem um mensurando. Esse artigo tem por objetivo apresentar a aplicação dessas metodologias em estudos de casos, com a discussão sobre a convergência dos resultados de avaliação de incerteza obtidos pelas três metodologias.

Palavras-chave: ISO GUM, Kragten, Incertezas relativas.

Abstract: The combined standard uncertainty assessment of measurement of a measurand can be performed by the classical method (ISO GUM 2008), by the Kragten formula and in some cases by applying the combination of relative uncertainties of input quantities that define a measurand. This article aims to present the application of these methodologies in case studies, with the discussion about the convergence of the uncertainty evaluation results obtained by the three methodologies.

Keywords: ISO GUM 2008, Kragten, Relative uncertainties

1. INTRODUÇÃO

O resultado de uma medição de um mensurando é definido pelo seu valor mais provável corrigido e a sua incerteza de medição [1]. A incerteza de medição é a indicação quantitativa da qualidade dos resultados de medição. O ISO GUM 2008 [2] é o guia que harmoniza internacionalmente a maneira de avaliar a incerteza de medição de um resultado de medição. Desse modo os resultados passam ter a propriedade comparabilidade o que possibilita a eles serem comparados entre si ou com os valores de referência.

Além da metodologia clássica de avaliação da incerteza combinada [2], há a fórmula de Kragten

[3] e também a combinação das incertezas relativas das grandezas de entrada do mensurando. O objetivo desse artigo é comparar os resultados obtidos de avaliação de incerteza combinada das três metodologias citadas.

2. INCERTEZA DE MEDIÇÃO

De acordo com [1], a incerteza é o parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando. A inferência do parâmetro é realizada a partir da incerteza padrão combinada de todas as fontes das grandezas de entrada e de influência que impactam na incerteza do mensurando.

2.1 ISO GUM 2008

Incerteza padrão combinada de um mensurando de acordo com ISO GUM 2008 é avaliada pela equação geral (1).

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_i c_j u(x_i) u(x_j) r(x_i, x_j) \quad (1)$$

em que:

$c_i =$	Coefficiente de sensibilidade;
$u(x_i)$ e $u(x_j) =$	Incertezas das grandezas;
$r(x_i, x_j) =$	Coefficiente de correlação

2.2. Fórmula de Kragten

Seja por exemplo o mensurando calculado pelas grandezas de entrada de acordo com modelo matemático de (2):

$$y = \frac{x_i}{x_j} \quad (2)$$

em que:

x_i e $x_j =$ Grandezas de entrada.

As estimativas incertezas padrão das fontes de entrada do mensurando [$u(x_i)$ e $u(x_j)$] dos tipos A e/ou B são avaliadas conforme as recomendações do ISO GUM 2008.

Na aplicação da fórmula de Kragten, com a inclusão do valor original, (2), o mensurando é calculado o número de vezes de acordo com a quantidade de suas grandezas de entrada. Em cada cálculo são utilizados os valores originais das grandezas de entrada, sendo que, no caso da grandeza de entrada que se deseja saber o impacto da sua incerteza no mensurando o seu respectivo valor é adicionado da sua incerteza padrão. Desse modo, (2a) e (2b) são escritas para o mensurando calculado por (2).

$$y_1 = \frac{x_i + u(x_i)}{x_j} \quad (2a)$$

$$y_2 = \frac{x_i}{x_j + u(x_j)} \quad (2b)$$

As componentes de incertezas do mensurando referente a cada de entrada, $u_y(x_i)$ e $u_y(x_j)$, são avaliadas, respetivamente, pelas diferenças absolutas (3a) e (3b).

$$|y - y_1| = u_y(x_i) = \left| \frac{x_i}{x_j} - \frac{x_i + u(x_i)}{x_j} \right| \quad (3a)$$

$$|y - y_2| = u_y(x_j) = \left| \frac{x_i}{x_j} - \frac{x_i}{x_j + u(x_j)} \right| \quad (3b)$$

Não ocorrendo correlação entre as grandezas de entrada a incerteza combinada do mensurando é definida por (4).

$$u_c(y) = \sqrt{[u_y(x_i)]^2 + [u_y(x_j)]^2} \quad (4)$$

No caso de correlação entre as grandezas de entrada (5) avalia a incerteza padrão combinada.

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_y^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N u_y(x_i) \cdot u_y(x_j) r(x_i, x_j)} \quad (5)$$

2.3. Incertezas relativas

Com os valores das incertezas $u(x_i)$ e $u(x_j)$, tipos A e/ou B, das grandezas de entrada do mensurando avaliadas conforme as recomendações do ISO GUM 2008, a incerteza combinada relativa do mensurando calculado pela equação 2 é definida por (6).

$$\frac{u_c(y)}{y} = \sqrt{\left(\frac{u(x_i)}{x_i} \right)^2 + \left(\frac{u(x_j)}{x_j} \right)^2} \quad (6)$$

3. METODOLOGIA

Nas metodologias de avaliação de incerteza foi considerado o modelo matemático básico de cada mensurando sem preocupação de identificar todas as suas fontes de incertezas.

As incertezas padrão combinada avaliadas pelas três metodologias foram: o valor da grandeza que define o erro pontual de um manômetro, realização do valor de referência de vazão por um padrão do tipo volumétrico e a pressão de vapor de um gás.

4. RESULTADOS

4.1. Erro pontual de um manômetro

O erro pontual de um manômetro é calculado por (7).

$$e(p) = p_i - p_{ref} \quad (7)$$

em que:

- $e(p)$ = Erro pontual do manômetro;
- p_i = Pressão indicada pelo manômetro;
- p_{ref} = Pressão de referência.

As tabelas 1, 2 e 3 apresentam, respectivamente, as incertezas padrão combinadas do erro pontual do manômetro pela aplicação do ISO GUM 2008, da fórmula de Kragten e das incertezas relativas.

Tabela 1. Avaliação de incerteza pelo ISO GUM 2008

p_i	1,00 kgf/cm ²
$u(p_i)$	$u(p_{ref})$
0,020 kgf/cm ²	0,0001 kgf/cm ²
$c_i(p_i)$	$c_i(p_{ref})$
1	-1
$u_e(p_i)$	$u_e(p_{ref})$
0,020 kgf/cm ²	0,0001 kgf/cm ²
$u_c(e)$	0,020 kgf/cm²

Tabela 2. Avaliação de incerteza fórmula de Kragten

p_i	p_{ref}
1 kgf/cm ²	1,010 kgf/cm ²
e	-0,01
$p_i + u(p_i)$	$p_{ref} + u(p_{ref})$
1,020 kgf/cm ²	1,010 kgf/cm ²
$e_u(p_i)$	$e_u(p_{ref})$
0,010 kgf/cm ²	-0,010 kgf/cm ²

$u_e(p_i)$	$u_e(p_{ref})$
0,020 kgf/cm ²	0,0001 kgf/cm ²
$u_c(e)$	0,020 kgf/cm²

Tabela 3. Avaliação de incerteza relativas

$u(p_i)/p_i$	0,0204
$u(p_{ref})/p_{ref}$	4,95E-05
$u_c(e)/e$	0,0204
e	-0,010 kgf/cm ²
$u_c(e)$	0,0002 kgf/cm²

4.2. Medição de vazão

Na calibração de um hidrômetro pelo método volumétrico o valor de referência de vazão é dado por (8).

$$Q = \frac{V}{T} \quad (8)$$

em que:

- Q = Vazão de referência;
- v = Volume do tanque volumétrico padrão
- T = Tempo de enchimento do tanque.

As tabelas 4, 5 e 6 apresentam, respectivamente, as incertezas padrão combinadas do valor de referência de um padrão de pela aplicação do ISO GUM 2008, da fórmula de Kragten e das incertezas relativas.

Tabela 4. – Avaliação de incerteza pelo ISO GUM 2008

V	50,324 L
T	121,872 s
Q	0,4129 L/s
$u(V)$	$u(T)$
0,0336 L	0,186 s
$c_i(V)$	$c_i(T)$
0,0082 s ⁻¹	-0,0034 L/s ⁻²
$u_Q(V)$	$u_Q(T)$
0,00027 L/s	0,00063 L/s
$u_c(Q)$	0,00069 L/s

Tabela 5. Avaliação de incerteza fórmula de Kragten

V	T
50,324 L	121,872 s
Q	0,4129 L/s
V+u(V)	T+u(T)
50,357 L	122,05 s
Q _u (V)	Q _u (T)
0,4132 L/s	0,4122 L/s
u _Q (V)	u _Q (T)
0,00028 L/s	0,00063 L/s
u_c(Q)	0,00069 L/s

Tabela 6. Avaliação de incerteza relativas

u(V)/V	0,00067
u(T)/T	0,00153
u _c (Q)/Q	0,00168
Q	0,4129 L/s
u_c(Q)	0,00069 L/s

4.3. Medição de pressão de vapor

A densidade de um gás de sua pressão de vapor a qual é definida por (9).

$$W = \frac{e^{\left(21,094 - \frac{5262}{273,15 + \theta_g}\right)}}{10} \quad (9)$$

em que:

W = Pressão de vapor;

θ_g = Temperatura do gás.

As tabelas 7, 8 e 9 apresentam, respectivamente, as incertezas padrão combinadas da pressão de vapor de um gás pela aplicação do ISO GUM 2008, da fórmula de Kragten e das incertezas relativas.

Tabela 7. Avaliação de incerteza pelo ISO GUM 2008

θ_g	295,78 K
W	2,723 kPa
u(θ_g)	0,184 °C
c _i (θ_g)	0,164 kPa/°C
u_c(W)	0,030 kPa

Tabela 8. Avaliação de incerteza fórmula de Kragten

W	2,723 kPa
$\theta_g + u(\theta_g)$	22,83 °C
W _u (θ_g)	2,754 kPa
u_c(W)	0,030 kPa

Tabela 9. Avaliação de incerteza relativas

u(θ_g)/ θ_g	0,00062
u _c (W)/W	0,00062
W	2,723 kPa
u_c(W)	0,0017 kPa

5. CONCLUSÕES

Nos três estudos de casos apresentados os resultados da incerteza padrão combinada calculados pela fórmula de Kragten convergem com os resultados obtidos pelo ISO GUM 2008.

Somente no segundo estudo de caso, os resultados da combinação de incertezas relativas são semelhantes aos do ISO GUM 2008 e da fórmula de Kragten.

A fórmula de Kragten para a avaliação da incerteza combinada é bastante robusta porque a sua metodologia de cálculo segue fielmente o modelo matemático de cálculo do mensurando.

A combinação de incertezas relativas não considera o modelo matemático de cálculo do mensurando e somente deve ser aplicado quando ele é definido por multiplicação e divisão de termos lineares e independentes.

6. REFERÊNCIAS

[1] Vocabulário Internacional de Metrologia: conceitos fundamentais e gerais de termos associados. Duque de Caxias, RJ: INMETRO, 2012.94 p. ISBN: 978-85-86920-09-7

[2] Avaliação de dados de medição: guia para a expressão de incerteza de medição – GUM 2008.

Duque de Caxias, RJ:INMETRO/CICMA/SEPIN,
2012-141 p. ISBN: 978-85-86920-13-4

[3] Kragten, J; Calculating Standard Deviations
and Confidence Intervals with Universally
Applicable Spreadsheet Technique- Analyst,
October 1994, Vol.119