

Análises da estimativa de incerteza do Tipo B nas diferentes metodologias empregadas para corrigir o efeito sistemático

Analyses of Type B uncertainty estimation on the different methodologies employed for correcting systematic effect

N A Guimarães¹, W J L Garção^{1,2}, J R Fde Almeida¹, A A Isnard¹

¹Instituto Federal do Rio de Janeiro; ²Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

E-mail: nilmara.guimaraes@ifrj.edu.br

Resumo: Para corrigir o efeito sistemático, podem ser realizadas diferentes metodologias, uma vez que o guia para a expressão de incerteza de medição ISO GUM não é suficientemente claro sobre se: a) o procedimento de correção deve ser executado individualmente em cada indicação de medida, ou b) o procedimento de correção deve ser aplicado à média das indicações da medida. O objetivo principal do presente trabalho é avaliar a estimativa de incerteza do Tipo B nas diferentes metodologias que podem ser aplicadas à correção de indicações através de simulações.

Palavras-chave: Correção, Incerteza do Tipo B, Efeito sistemático.

Abstract: To correction of systematic effect can be realized different methodologies, since the guide for the expression of uncertainty in measurement ISO GUM is not sufficiently clear about whether: a) the correction procedure should be executed on each measure indication individually, or b) the correction procedure should be applied to the average of the measure indications. The main objective of the present work is to evaluate Type B uncertainty estimation on the different methodologies that can be applied to the correction of indications through simulations.

Keywords: Correction, Type B uncertainty, Systematic effect.

1. INTRODUÇÃO

De acordo com o Vocabulário internacional de Metrologia (VIM) a incerteza de medição é um parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando, com base nas informações utilizadas [1]. Deste modo, a incerteza de medição engloba diversas componentes que podem ser divididas em dois

seguintes: avaliação da incerteza Tipo A e avaliação da incerteza Tipo B.

O Guia para Expressão da Incerteza de Medição (ISO GUM) [2], não define claramente a metodologia para correção do efeito sistemático, o que faz com que a escolha do método de correção das leituras seja feita, prioritariamente, pela praticidade e facilidade de operação que proporciona ao usuário. Entretanto, as incertezas, do Tipo A e Tipo B, relacionadas

ao método de correção podem auxiliar nessa escolha.

A correção das leituras individualmente antes do tratamento estatístico obtém incertezas de medição do Tipo A ligeiramente menores quando se utilizam os métodos da interpolação linear ou regressão linear da tendência do instrumento de medição em relação ao uso da tendência aproximada [3]. Porém ambas metodologias são uma estimativa do comportamento do equipamento que faz ser necessário avaliar a contribuição da incerteza Tipo B oriundas desses métodos.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

A tendência pode ser definido por três métodos distintos: por meio da tendência instrumental, por meio da regressão linear e por meio da interpolação com os dados do certificado de calibração [4].

A Tabela 1 apresenta um exemplo de dados apresentados no certificado de calibração de um sensor de temperatura.

Tabela 1. Certificado de calibração de um sensor de temperatura.

| Padrão (°C) | Objeto (°C) | Tendência (°C) | Incerteza de medição (°C) | k |
|-------------|-------------|----------------|---------------------------|------|
| 20,000 | 20,01 | 0,010 | 0,05 | 2,10 |
| 40,000 | 40,07 | 0,070 | 0,05 | 2,10 |
| 100,000 | 100,20 | 0,200 | 0,05 | 2,10 |

2.1. Metodologia para definição do efeito sistemático (tendência) por meio da regressão linear

O método da regressão linear determina a equação que correlaciona o valor lido com sua respectiva tendência, considerando que o comportamento do instrumento seja linear. O gráfico 1 apresenta a correlação linear do exemplo trabalhado.

Neste método, para definir o valor da tendência, é necessário substituir o valor de x, na equação 1, pelo valor indicado pelo instrumento.

$$y = 0,0023x - 0,0307 \quad (1)$$

Onde:

y corresponde ao valor estimado da tendência instrumental;

x corresponde à indicação do mensurando

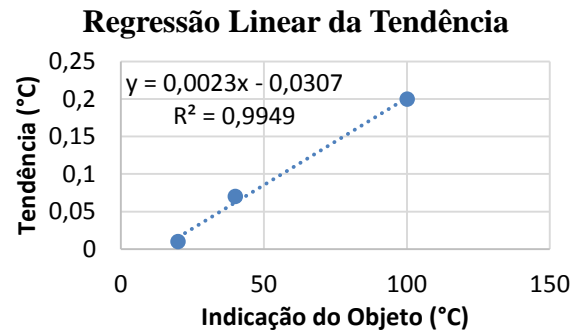


Figura 1 – Regressão linear da tendência.

Por exemplo, se o valor indicado pelo instrumento foi 20,08 °C, de acordo com a equação 1, o valor definido para o erro sistemático seria aproximadamente 0,015 °C. Quando o equipamento tem um comportamento completamente linear todos os pontos coincidem exatamente com a linha de tendência criada pela regressão, entretanto, raramente isso acontece na prática. Na maioria dos casos, esses valores divergem, essas diferenças produzem uma incerteza de medição conhecida como a incerteza do ajuste da regressão [3].

2.1.1. Incerteza do Tipo B da regressão linear

Para gerar a equação da regressão linear, é necessário inserir os valores de entrada com os dados do certificado de calibração. Para cada x real obtido no certificado inserido na equação 1, teremos um y estimado. O desvio padrão gerado entre valores reais e valores estimados de y pode ser considerado como incerteza do ajuste da regressão linear, conforme apresenta a equação 2.

$$S_{ajuste} = \sqrt{\left(\frac{1}{n-p} \sum_{j=1}^n (y_i - f(x))^2\right)} \quad (2)$$

Onde:

S_{ajuste} corresponde ao desvio padrão do ajuste; y_i corresponde a tendência real; $f(x)$ corresponde a tendência estimada pela regressão linear; n é número de observações; p é quantidade de parâmetros na equação.

O grau de liberdade da equação 2 é definido por n-p. Como a equação é de primeiro grau ($y=ax+b$) teremos $p = 2$.

2.2. Metodologia para definição do efeito sistemático (tendência) por meio da interpolação linear

No método da interpolação, a tendência instrumental é determinada a partir da consideração de que a mesma varia linearmente entre pontos de calibração vizinhos à leitura, segundo a equação 3:

$$T = \left(\frac{L - L_1}{L_2 - L_1} \right) (T_2 - T_1) + T_1 \quad (3)$$

Onde:

T corresponde ao valor estimado da tendência instrumental; **L** corresponde a indicação do mensurando; **T₁** corresponde ao valor da tendência no certificado de calibração do ponto abaixo do valor lido; **T₂** corresponde ao valor da tendência no certificado de calibração do ponto acima do valor lido; **L₁** corresponde ao valor do mensurando no certificado de calibração do ponto abaixo do valor lido; **L₂** corresponde ao valor do mensurando no certificado de calibração do ponto acima do valor lido.

Por exemplo, se o valor indicado pelo instrumento foi 20,08 °C, de acordo com a equação 3, o valor definido para o erro sistemático seria aproximadamente 0,010 °C [3]. Este método também possui um erro que não pode ser corrigido e é associado como fonte de incerteza de medição do Tipo B, podendo ser estimado por meio da série de Taylor, sendo denominada como incerteza do ajuste da interpolação linear.

2.2.1. Incerteza do Tipo B da interpolação linear

A série de Taylor de uma função **f(x)** em torno de um ponto **x₀** é a soma dos elementos da série de potências definida pela equação 4 [5].

$$T(x) = \sum_0^{\infty} \frac{f^n(x)}{n!} (x - x_0)^n \quad (4)$$

onde, **n!** é o fatorial de **n** e $\frac{f^n(x)}{n!}$ denota a **n**-ésima derivada de **f(x)** no ponto **x₀**.

Com expansão em série de Taylor, é possível definir o erro da interpolação linear por meio da derivada numérica de segunda ordem, mesmo sem ter conhecimento prévio da **f(x)** real.

Se o intervalo entre **L₁** e **L₂** em relação a **L** for igualmente espaçado, teremos a interpolação

linear entre dois pontos, onde **L₁ = L - h** e **L₂ = L + h** conforme apresentado na Figura 3.

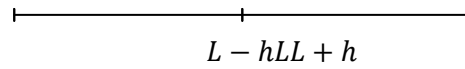


Figura 3 – Interpolação linear da tendência para intervalos iguais.

Desta forma, a série de Taylor ficaria:

$$f(x) = f(L) + f'(L) \cdot (x - L) + \frac{f''(L) \cdot (x - L)^2}{2!} + \frac{f'''(L) \cdot (x - L)^3}{3!}$$

$$f(L + h) = f(L) + f'(L)h + \frac{f''(L)h^2}{2!} + \frac{f'''(L)h^3}{3!} + \frac{f^{IV}(L)h^4}{4!}$$

$$f(L - h) = f(L) - f'(L)h + \frac{f''(L)h^2}{2!} - \frac{f'''(L)h^3}{3!} + \frac{f^{IV}(L)h^4}{4!}$$

$$f(L + h) + f(L - h) = 2f(L) + 2 \frac{f''(L)h^2}{2!} + 2 \frac{f^{IV}(L)h^4}{4!}$$

$$f(L + h) - 2f(L) + f(L - h) = f''(L)h^2 + \frac{f^{IV}(L)h^4}{12}$$

$$\frac{f(L+h) - 2f(L) + f(L-h)}{h^2} = f''(L) + \frac{f^{IV}(L)h^2}{12}$$

Como o erro da interpolação linear é dado pela derivada numérica de segunda ordem, ao substituir os valores reais do certificado de calibração na equação 5, encontraremos uma estimativa aproximada da real.

$$\frac{f(L+h) - 2f(L) + f(L-h)}{h^2} = f''(L) \quad (5)$$

Onde:

L + h corresponde a indicação superior do objeto em relação ao intervalo de interpolação; **L** corresponde a indicação do mensurando; **L - h** corresponde a indicação inferior do objeto em relação ao intervalo de interpolação; **f(L + h)** corresponde a tendência relacionado a **L + h** no certificado de calibração; **f(L)** corresponde a tendência interpolada; **f(L - h)** corresponde a tendência relacionado a **L - h** no certificado de calibração.

Como o valor interpolado está relacionado a um valor central dentro de um intervalo, pode-se considerar que a distribuição de probabilidade da interpolação linear é triangular.

2.3. Metodologia para correção do efeito sistemático

Tendo em vista que a correção é a compensação do efeito sistemático, ou seja, a tendência com sinal trocado, os seguintes métodos foram definidos: individualmente para cada leitura apresentada pelo instrumento de medição e aplicada somente a médias das medições.

3. RESULTADOS

Por meio da simulação de um conjunto de dados em que os intervalos interpolados estariam contidos no centro dos valores apresentados no certificado de calibração da Tabela 1, foram

obtidos os resultados relacionados a Tabela 2 para interpolação linear e os resultados relacionados na Tabela 3 para regressão linear.

As incertezas combinadas pelos diferentes métodos foram avaliadas por meio do teste F, com 95,45% de probabilidade. Os resultados encontrados indicaram que existe diferença significativa entre a interpolação linear e a regressão linear para fins de incerteza de medição.

Tabela 2. Resultados obtidos por meio da interpolação linear.

| Correção | Valor Medido (°C) | Incerteza Tipo A (°C) | Incerteza Tipo B (°C) | Incerteza Combinada (°C) |
|------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|
| Média | 30,05802592 | 0,001827567 | 0,000001421 | 0,00182757 |
| Individual | 30,05802592 | 0,0018221 | 0,000000440 | 0,00182210 |
| Média | 69,89921836 | 0,01029563 | 0,000108524 | 0,01029620 |
| Individual | 69,89921836 | 0,010273371 | 0,000108159 | 0,01027394 |

Tabela 3. Resultados obtidos por meio da regressão linear.

| Correção | Valor Medido (°C) | Incerteza Tipo A (°C) | Incerteza Tipo B (°C) | Incerteza Combinada (°C) |
|------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------|
| Média | 30,05902484 | 0,001827567 | 0,006917656 | 0,00715500 |
| Individual | 30,05902484 | 0,001823324 | 0,006917656 | 0,00715391 |
| Média | 69,90211193 | 0,010295630 | 0,006917656 | 0,01240379 |
| Individual | 69,90211193 | 0,010271728 | 0,006917656 | 0,01238396 |

4. CONCLUSÕES

Através da análise dos resultados obtidos é possível concluir que a escolha do método empregado para correção do efeito sistemático impacta diretamente na incerteza de medição, tendo em vista que a incerteza do tipo B estimada pelo método da interpolação linear é extremamente inferior a do método da regressão linear.

Para fins de determinação da média, é indiferente o método aplicado, pois as médias são iguais e não existe divergência significativa entre corrigir as medições individualmente ou na média, independente do método aplicado para determinação do efeito sistemático.

5. REFERÊNCIAS

[1] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, IUPAC, IUPAP, ISO, OIML (2012) *The international vocabulary*

of metrology - basic and general concepts and associated terms (VIM), 3rd edn. JCGM 200:2012. <http://www.bipm.org/vim>.

[2] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, IUPAC, IUPAP, ISO, OIML (2008) *Evaluation of measurement data-guide for the expression of uncertainty in measurement.* JCGM

100:2008. <http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>.

[3] GUIMARÃES, N A; GARÇÃO, W J L; ISNARD, A A; SANTANA, R G. Analyses of different methodologies employed for correcting systematic effect. IMEKO TC1-TC7-TC13 (2017).

[4] SANTANA, R G; FROTA, M N. Correção da tendência instrumental nas medições de massa na calibração de vidrarias volumétricas pelo método gravimétrico. II CIMMEC, 2011.

[5] ROSA, C F. Série de Taylor e aplicações. Monografia. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2013.