

## Avaliação do erro de planeza na calibração de desempenos

### Evaluation of flatness error in surface plate calibration

Walter Link, Sueli Fischer Beckert<sup>1</sup>, Adriane Machado Barata

<sup>1</sup> Universidade Federal de Santa Catarina

E-mail: sueli.f@ufsc.br

**Resumo:** Os desempenos são utilizados na indústria, como plano de referência para realização de medições. Devido ao seu uso, necessitam ser periodicamente calibrados. Usualmente é utilizado o Método de Moody (*Union-Jack*) para a determinação do erro de planeza. Este artigo apresenta uma abordagem complementar ao método, realizando uma estimativa do mapeamento da superfície para definição de um plano de referência que minimize o erro de planeza. Também apresenta as fontes de variação mínimas a serem consideradas no balanço de incerteza de medição.

**Palavras-chave:** calibração, desempeno, incerteza de medição.

**Abstract:** The surface plates are used in industry as a reference plane for carrying out measurements. Due to their use, they need to be periodically calibrated. Usually the Moody Method (*Union-Jack*) is used to determine the flatness error. This paper presents a complementary approach to the method, making an estimation of the surface to define a reference plane that minimizes the flatness error. It also presents the minimum sources of variation to be considered in the measurement uncertainty balance.

**Keywords:** calibration, surface plate, measurement uncertainty.

#### 1. INTRODUÇÃO

Os desempenos são largamente utilizados na indústria e laboratórios de medição para realizar medições de comprimento, ângulos e desvios de forma e posição em peças e componentes, como também em dispositivos de controle. No Brasil, as especificações para os desempenos de granito estão relacionadas na norma ABNT NBR NM 103 (1998), podendo ser produzidos nas Classes 0, 1, 2 ou 3. A principal característica metrológica avaliada em um desempeno é o erro

de planeza, que corresponde a distância mínima que separa dois planos paralelos entre os quais está contida a superfície de referência. O erro máximo admissível (EMA) para o erro de planeza varia de acordo com as dimensões do desempeno e a Classe de Exatidão. A tabela 1 apresenta os erros máximos admissíveis para algumas dimensões de desempenos de granito das Classes 0 e 1. A zona da borda, cuja largura não deve exceder a 2% do lado menor (com o máximo de 20 mm), deve ser excluída dos requisitos de exatidão.

**Tabela 1.** EMA para desempenos de granito conforme ABNT NBR NM 103 (1998).

Dimensões (mm)	Erro de planeza máximo admissível ( $\mu\text{m}$ )	
	Classe 0	Classe 1
400 x 250	4	8
1000 x 630	6	12
1600 x 1000	8	16

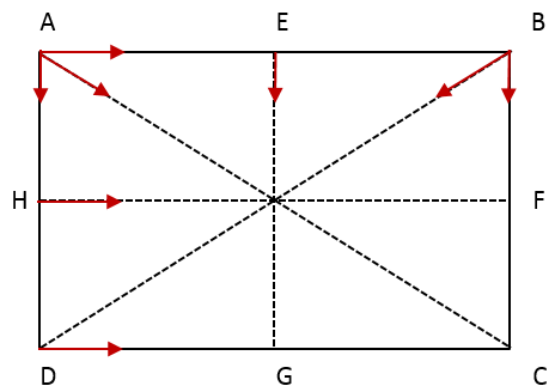
A calibração periódica da superfície de referência é recomendada com intervalos que variam de acordo com a Classe do desempenho, resistência ao desgaste, frequência e condições de uso (ESPINOSA *et al.*, 2008). Em geral, os níveis eletrônicos são utilizados como padrões na calibração dos desempenos, pois apresentam as seguintes vantagens: custo acessível, simples de usar e as medições podem ser rápida e facilmente executadas (GUSEL, ACKO, SOSTAR, 2000).

O procedimento popularmente conhecido para determinar o erro de planeza da superfície de referência é denominado *Moody* ou *Union Jack* (MASINA, KRUGER, 2014), (HERMAN, 2012), (DRESCHER, 2003). Desenvolvido por J. C. Moody em 1955, o método fornece um mapa onde as medições devem ser conduzidas sobre a superfície. É constituído por oito linhas de medição nas quais cada linha é dividida em um múltiplo de estações de medição. Para um desempenho retangular, o mapa de Moody consiste em três linhas longas, três linhas curtas e duas linhas diagonais, como apresentado na figura 1. O mapa deve excluir a zona de borda.

Parte crítica é a definição das estações de medição. É relevante que se tenha um número par de passos em cada linha, de forma que as estações de medição coincidam no ponto central e nos vértices. Espinosa *et al.* (2008) considera

que devem ser realizadas, no mínimo, seis medições por linha, e o passo deve ser, no máximo, 305 mm.

Figura 1: Linhas de medição que compõe o mapa de Moody



Para reduzir erros de medição, o desempenho deve ter sua superfície de medição limpa, e deve estar nivelado tanto longitudinal quanto transversalmente (erro de nivelamento deveria ser inferior a 0,02 mm/m).

Desta forma, a calibração de um desempenho consiste na determinação do erro de retitude ao longo de um certo número de linhas sobre a superfície de referência. Porém o processo não se resume em obter esses erros em diversas linhas. É necessário relacionar uma linha com a outra, de modo a formar uma grade sobre a superfície e obter um mapa do contorno em relação a plano de referência. No método tradicional, por conveniência, o plano de referência é definido por três pontos dos quatro cantos, como por exemplo, os pontos A, B e D. A partir do plano de referência, são então determinados os desvios obtidos para cada ponto medido. Na busca do melhor plano que representa os pontos medidos, adicionalmente pode ser aplicado o método dos mínimos quadrados para determinação do erro de planeza.

De acordo com o Vocabulário Internacional de Metrologia – VIM (INMETRO, 2012), um resultado de medição é geralmente expresso por

um único valor medido e uma incerteza de medição.

Este trabalho tem como objetivos aplicar o método dos mínimos quadrados para melhorar a seleção do plano de referência, e compor o balanço de incerteza de medição do erro de planeza da superfície da do desempenho, considerando as principais fontes de variação.

## 2. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS PARA AJUSTE DO PLANO DE REFERÊNCIA

Como qualquer técnica de regressão, o método dos mínimos quadrados necessita de dados de entrada que possuam relação entre si, ou seja, de variáveis dependentes e independentes (Andrade, 2015). Para a determinação do erro mínimo de planeza é aplicada aos dados medidos, a teoria dos mínimos quadrados através da regressão quadrática no espaço  $R^3$ . Neste espaço são conhecidos um conjunto de  $n$  pontos, , definidos em (1):

$$C = \{ (x_i, y_i, z_i) : i = 1,2,3,\dots,n \} \quad (1)$$

Este conjunto de pontos objetiva ajustar a superfície da forma, definida em (2). Neste caso, a localização de um ponto de altura  $z$  sobre o plano é representado pelo par coordenado  $(x, y)$ :

$$z_i = a + bx_i + cy_i + dx_i^2 + ex_i y_i + fy_i^2 \quad (2)$$

Seja a função  $S$  dada na equação 3 não negativa e diferenciável:

$$S(a, b, c, d, e, f) = \sum_{i=1}^n (z - z_i)^2 \quad (3)$$

Para garantir o ponto de mínimo para  $S$ , busca-se o gradiente nulo da função  $S$ , através das relações apresentadas na equação (4):

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \frac{\partial S}{\partial b} = \frac{\partial S}{\partial c} = \frac{\partial S}{\partial d} = \frac{\partial S}{\partial e} = \frac{\partial S}{\partial f} = 0 \quad (4)$$

Em decorrência dos desenvolvimentos dos termos, o sistema de equações pode ser escrito na forma matricial do tipo  $A.X = B$  da equação (5). A matriz  $X$  é uma matriz coluna, formada pelos coeficientes que se pretende determinar.

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum y_i^2 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i y_i & \sum x_i^3 & \sum x_i^2 y_i & \sum x_i y_i^2 \\ \sum y_i & \sum x_i y_i & \sum y_i^2 & \sum x_i^2 y_i & \sum x_i y_i^2 & \sum y_i^3 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^2 y_i & \sum x_i^4 & \sum x_i^3 y_i & \sum x_i^2 y_i^2 \\ \sum x_i y_i & \sum x_i^2 y_i & \sum x_i y_i^2 & \sum x_i^3 y_i & \sum x_i^2 y_i^2 & \sum x_i y_i^3 \\ \sum y_i^2 & \sum x_i y_i^2 & \sum y_i^3 & \sum x_i^2 y_i^2 & \sum x_i y_i^3 & \sum y_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum z_i \\ \sum x_i z_i \\ \sum y_i z_i \\ \sum x_i^2 z_i \\ \sum x_i y_i z_i \\ \sum y_i^2 z_i \end{bmatrix} \quad (5)$$

Portanto, para obter a matriz  $X$  e assim determinar os coeficientes, procede-se de forma similar a resolução de sistema lineares, ou seja, multiplica-se a inversa da matriz  $A$  pela matriz  $B$  (equação 6):

$$X = A^{-1} \cdot B \quad (6)$$

Calculados os coeficientes da equação (2), é possível estimar os desvios da superfície do desempenho.

## 3. INCERTEZA DE MEDIÇÃO

A incerteza de medição do erro de planeza da superfície do desempenho é decorrente de diversos fatores. Hermann (2012) relaciona como fontes de incerteza de medição o equipamento de medição utilizado, as oscilações de temperatura durante a calibração e o efeito do posicionamento do equipamento sobre os pontos de medição.

Para Zhwi (2013), a incerteza associada a inclinação medida é decorrente da exatidão do instrumento utilizado, da resolução do instrumento, da instabilidade do sistema e das condições ambientais, erro no posicionamento base do instrumento sobre as posições definidas sobre o instrumento, erro na distância da base, qualidade da base de contato do instrumento. Masina e Kruger (2014) ainda incluem a repetibilidade como fonte de incerteza de medição.

Andrade (2015) destaca que o componente de erro mais importante na determinação da planeza

de desempenho denomina-se erro de fechamento. Através de seu valor é possível assegurar que o mínimo de erros aceitáveis e que influenciam nos resultados de medição, foram considerados durante a medição. Esses erros de fechamento representam a diferença de elevação ou altura entre dois pontos quando duas linhas de referência não se cruzam no mesmo ponto.

#### 4. APLICAÇÃO

Um desempenho de granito com dimensões nominais de 1600 x 1000 mm foi utilizado como estudo de caso. A calibração foi realizada em área útil de 1575 x 975 mm. Para a coleta de dados foi utilizado um nível eletrônico, com resolução adotada de 0,001 mm/m. Foram utilizados os comprimentos da base de 131,3 mm, 121,9 mm e 154,4 mm para as linhas longitudinais, transversais e diagonais, respectivamente. Três ciclos de medição foram realizados. Os dados coletados, em  $10^{-3}$  mm/m estão apresentados no Anexo A.

Pelo método de Moody, na compilação dos resultados foi utilizado plano de referência formado pelos pontos A, B e D. O sistema de coordenadas foi trasladado de forma que o desvio 0 fosse atribuído ao ponto mais baixo. Os desvios obtidos estão apresentados na Tabela 2. O erro de planeza obtido foi de 13,5  $\mu\text{m}$ , com um erro de fechamento de 2,0  $\mu\text{m}$ .

Para otimização do erro de planeza, foi realizada regressão pelo método dos mínimos quadrados, conforme descrito no item 2, considerando como dados de entrada as coordenadas ( $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$ ) dos pontos coletados.

A tabela 3 relaciona os coeficientes da equação (2) que melhor representa a superfície do desempenho avaliado, sendo as entradas em mm e saída dada em  $\mu\text{m}$ .

**Tabela 2.** Desvios obtidos pelo Método de Moody (em  $\mu\text{m}$ )

AC	BD	AB	HF	DC	AD	EG	BC
11,1	11,1	11,1	5,9	11,1	11,1	13,5	11,1
9,5	9,1	11,4	7,4	8,9	10,0	12,3	9,2
8,4	8,0	11,1	8,8	6,5	7,9	10,8	6,5
8,6	8,6	11,9	9,6	4,8	6,5	9,4	5,3
8,9	8,7	12,9	10,0	5,2	5,9	8,5	3,8
8,8	8,5	13,4	10,3	5,6	5,7	8,0	2,4
8,2	8,2	13,5	10,3	5,2	6,7	7,3	2,6
6,9	7,4	13,1	9,5	4,0	9,1	5,9	3,5
5,1	6,1	12,1	8,8	2,4	11,1	5,2	2,5
3,6	5,4	10,7	7,8	1,0			
2,4	6,8	10,7	6,3	0,0			
2,4	8,4	10,6	5,0	1,7			
2,5	11,1	11,1	3,8	2,5			

**Tabela 3.** Coeficientes da equação (2) aplicável ao estudo de caso

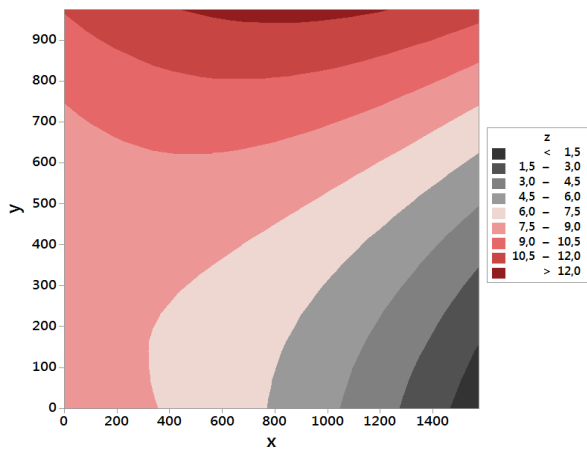
Coef.	Valor	Coef.	Valor
a	8,090852	d	-0,0000026
b	-0,00075	e	0,0000052
c	-0,00314	f	0,0000059

Com a aplicação da equação (2), foram estimados os desvios no plano de referência do desempenho, sendo estes apresentados na tabela 4 e na figura 2.

**Tabela 4.** Desvios estimados (em  $\mu\text{m}$ )

y (mm) ↓	Desvios ( $\mu\text{m}$ )					
975	10,4	11,4	12	12,1	11,7	10,7
800	9,3	10,1	10,4	10,3	9,7	8,4
600	8,3	8,8	8,8	8,4	7,5	5,8
400	7,8	7,9	7,6	6,9	5,7	3,7
200	7,7	7,6	7	5,9	4,4	2
0	8,1	7,6	6,7	5,3	3,5	0,8
x(mm) ⇒	0	300	600	900	1200	1575

**Figura 2.** Estimativa do plano do desempenho (em  $\mu\text{m}$ )



Na compilação obteve-se um valor máximo de para o erro de planeza de  $11,3 \mu\text{m}$ .

Para o cálculo de incerteza de medição, foi utilizado como referência o documento EA 4/02 M, emitido pelo Comitê de Laboratórios da European Accreditation (2013).

Foram consideradas como fonte de incerteza de medição na determinação do desvio: a incerteza da calibração do nível eletrônico, a resolução do nível eletrônico e a repetibilidade. Para o método de Moody, foi considerada como fonte de incerteza o erro de fechamento, e para o método dos mínimos quadrados aplicado para obtenção da equação (2), o desvio-padrão devido a falta de ajuste é dado na equação (7), sendo  $z$  o valor coletado e  $\hat{z}$  o valor calculado através da regressão:

$$u_{aj} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{z} - z)^2}{n-6}} \quad (7)$$

A incerteza expandida foi calculada para um nível de confiança de aproximadamente 95%. Como o erro de planeza é resultante da diferença entre os pontos máximo e mínimo, a incerteza de medição contemplou as fontes de incerteza para estes 2 pontos.

No Anexo B, a tabela B.1 apresenta o balanço de incerteza para o resultado obtido pelo método de

Moody. A incerteza-padrão da repetibilidade foi obtida pela incerteza combinada dos desvios-padrão obtidos nas diagonais AC e BD. A incerteza expandida obtida foi de  $2,6 \mu\text{m}$ .

Também no Anexo B, a tabela B.2 apresenta o balanço de incerteza para o resultado obtido pelo método dos mínimos quadrados. A incerteza expandida obtida foi de  $3,0 \mu\text{m}$ .

## 5. CONCLUSÕES

a) O erro de fechamento pode ser oriundo de diferentes causas, entre elas:

- irregularidades na superfície;
- sujeira na base do nível;
- vibração;
- Falta de rigidez devido ao piso da sala do laboratório, que pode alterar o nivelamento do desempenho com a movimentação do técnico.

b) Uma boa prática é o uso de dois níveis: um fixo para captar a variação do nivelamento e outro para a realização das medições.

c) A aplicação do método dos mínimos quadrados se justifica devido à falta de nivelamento do desempenho, quando o utilizado o nível eletrônico, e sua influência na determinação da flecha máxima do desempenho.

d) Ao comparar da flecha máxima obtida pelos dois métodos, concluiu-se que o desempenho estava nivelado adequadamente (de  $13\mu\text{m}$  para  $11\mu\text{m}$ ).

e) a aplicação do método dos mínimos quadrados permite buscar o melhor plano de referência.

## 5. REFERÊNCIAS

ANDRADE, J. S. Medição e Análise de Planeza de Superfícies Metrológicas usando Nível Eletrônico e os Métodos de Moody e Malha Retangular. **Dissertação de mestrado**. Universidade da Paraíba, 2015.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR NM 103: Desempenos de Granito**. Rio de Janeiro, Jan 1998.

Drescher, J. Analytical estimation of measurement uncertainty in surface plate calibration by the Moody method using differential levels. **Precision Engineering**, n. 27, p. 323–332, 2003. DOI:10.1016/S0141-6359(03)00032-1.

ESPINOSA, O. C.; DIAZ, P.J.; BACA, M. C.; ALLISON, B. N.; SHILLING, M. Comparison of Calibration Methods for a Surface Plate. In: NCSL International Workshop and Symposium, 2008, Orlando. **Anais eletrônicos...** Disponível em <https://www.osti.gov/scitech/servlets/purl/1145574>.

European Accreditation. EA-4/02 M: Evaluation of the Uncertainty of Measurement in Calibration. EA Laboratory Committee, 2013. Disponível em: <http://www.european-ccreditation.org/publication/ea-4-02-m-rev01-september-2013>.

GUSEL, A.; ACKO, B.; SOSTAR, A. Assuring the Traceability of Electronic Levels for Calibration of Granite Surface Plates. In: XVI IMEKO WORLD CONGRESS, 2000, Viena. **Anais eletrônicos...** Disponível em <http://www.imeko.org/publications/wc-2000/IMEKO-WC-2000-TC8-P221.pdf>.

HERMANN, G. Uncertainty of Minimum-Zone Straightness and Surface Plate Flatness Measurement. In: 7th IEEE International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics, 2012, Timisoara, Romania. **Anais eletrônicos...** DOI: 10.1109/SACI.2012.6249982.

Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia). Vocabulário Internacional de Metrologia: conceitos fundamentais e gerais de termos associados (VIM 2012). Inmetro, 2012, Rio de Janeiro, Brasil. Traduzido de: International Vocabulary of Metrology: basic and general concepts and associated terms – JCGM 200:2012. 3rd. ed. 2012.

MASINA, P.P.; KRUGER, O. A. Flatness Measurements on a Granite Surface Table by Interferometry and by Electronic Level Using the Moody Method. In: Test and Measurement Conference, 2014, Muldersdrift, South Africa. **Anais eletrônicos...** Disponível em: <http://nla.org.za/webfiles/conferences/2014/TM2014%20proceedings/Manuscripts/Monday%202014%20Sept/M205%20Flatness%20measurements%20by%20Interferometry%20using%20the%20Moody%20Method.pdf>.

ZAHWI, S.Z.; AMER, M.A.; ABDUO, M. A.; ELMELEGY, A.M. On the calibration of surface plates. **Measurement**, n. 46, p. 1019–1028, 2013. DOI: 10.1016/j.measurement.2011.10.009.

**Anexo A: Dados coletados com o nível eletrônico (em  $10^{-3}$  mm/m)**

Reta AB				Reta HF				Reta DC				Reta AC				Reta BD			
L1	L2	L3	$\bar{x}$	L1	L2	L3	$\bar{x}$	L1	L2	L3	$\bar{x}$	L1	L2	L3	$\bar{x}$	L1	L2	L3	$\bar{x}$
0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0
29	23	24	25,3	31	30	31	30,7	3	2	2	2,3	17	14	13	14,7	-22	-20	-21	-21,0
22	20	20	20,7	32	30	29	30,3	-2	3	1	0,7	21	17	16	18,0	-16	-15	-14	-15,0
30	29	27	28,7	26	26	25	25,7	6	6	7	6,3	26	26	25	25,7	-5	-5	-4	-4,7
33	29	28	30,0	23	22	23	22,7	21	22	23	22,0	26	27	28	27,0	-6	-8	-7	-7,0
23	26	30	26,3	22	23	22	22,3	20	24	22	22,0	23	24	25	24,0	-9	-10	-10	-9,7
26	23	21	23,3	18	19	20	19,0	15	17	16	16,0	18	22	23	21,0	-11	-9	-10	-10,0
23	17	20	20,0	15	13	14	14,0	8	10	11	9,7	15	17	16	16,0	-14	-12	-14	-13,3
16	14	14	14,7	14	14	13	13,7	8	7	6	7,0	12	15	14	13,7	-17	-16	-17	-16,7
13	12	13	12,7	11	13	13	12,3	9	8	8	8,3	14	16	15	15,0	-17	-10	-11	-12,7
24	21	21	22,0	9	8	8	8,3	13	11	10	11,3	16	17	18	17,0	-1	3	1	1,0
23	22	22	22,3	10	9	9	9,3	32	32	31	31,7	25	25	24	24,7	1	2	3	2,0
27	26	25	26,0	11	11	10	10,7	24	26	25	25,0	24	25	26	25,0	10	9	8	9,0

Reta AD				Reta EG				Reta BC			
L1	L2	L3	$\bar{x}$	L1	L2	L3	$\bar{x}$	L1	L2	L3	$\bar{x}$
0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0
17	15	14	15,3	16	17	17	16,7	7	6	7	6,7
7	5	6	6,0	14	14	14	14,0	2	-2	-1	-0,3
12	13	14	13,0	16	14	13	14,3	13	12	11	12,0
19	19	18	18,7	16	21	20	19,0	9	10	10	9,7
22	23	22	22,3	21	23	22	22,0	11	10	11	10,7
30	32	32	31,3	20	20	20	20,0	24	23	22	23,0
42	44	45	43,7	15	15	15	15,0	30	28	30	29,3
39	41	40	40,0	20	20	21	20,3	14	13	13	13,3

## Anexo B: Incerteza de medição

Tabela B.1 – Balanço de incerteza para o Método de Moody

Grandeza	Valor	Unidade	divisor	$u(x_i)$	Dist. Prob	$c_i$	$u_i(y)$ ( $\mu\text{m}$ )	$\nu_i$	
Up - min	0,0048	mm/m	2	0,0024	N	155	0,372	infinito	
Res - min	0,001	mm/m	1,732	0,00058	R	155	0,089	infinito	
Rep - min	0,0015	mm/m	1	0,0015	t	155	0,233	48	
Up - max	0,0048	mm/m	2	0,0024	N	155	0,372	infinito	
Res - max	0,001	mm/m	1,732	0,00058	R	155	0,089	infinito	
Rep - max	0,0015	mm/m	1	0,0015	t	155	0,233	48	
Fechamento	2,0	um	1,732	2,507	R	1	1,155	infinito	
							$u(y)$	1,32	> 50
							U	2,6	k=2

Tabela B.2 – Balanço de incerteza para o Método dos Mínimos Quadrados

Grandeza	Valor	Unidade	divisor	$u(x_i)$	Dist. Prob	$c_i$	$u_i(y)$ ( $\mu\text{m}$ )	$\nu_i$	
Up - min	0,0048	mm/m	2	0,0024	N	155	0,372	infinito	
Res - min	0,001	mm/m	1,732	0,00058	R	155	0,089	infinito	
Rep - min	0,0015	mm/m	1	0,0015	t	155	0,2325	48	
Up - max	0,0048	mm/m	2	0,0024	N	155	0,372	infinito	
Res - max	0,001	mm/m	1,732	0,00058	R	155	0,089	infinito	
Rep - max	0,0015	mm/m	1	0,0015	t	155	0,233	48	
Erro de ajuste	1,38	$\mu\text{m}$	1	1,38	R	1	1,38	86	
							$u(y)$	1,52	> 50
							U	3,0	k=2